

CONVECÇÃO NATURAL EM CAMADA POROSA HORIZONTAL

Paulo Maria

Jorge Llagostera

Universidade Estadual de Campinas

UNICAMP/FEM/DE, Caixa Postal 6122

13083-970, Campinas, SP, Brasil

Resumo. *Este trabalho apresenta os resultados de simulação numérica do fenômeno de convecção natural em regime permanente no interior de uma camada horizontal porosa. A parede inferior da camada é aquecida, enquanto a superior é resfriada, ambas de modo isotérmico. As soluções para regime permanente são examinadas para diversas intensidades dos efeitos de empuxo térmico causados por variações de temperatura. As características do escoamento e da transferência de calor são estudadas, e os números de Nusselt globais obtidos são apresentados. Os diversos padrões de escoamento e de distribuição de temperaturas são ilustrados por meio de mapas de função corrente e de isotermas.*

Palavras-chave: *Convecção natural, Meio poroso, Camada horizontal, Modelo de Darcy.*

1. INTRODUÇÃO

A convecção em meios porosos tem sido objeto de um número considerável de trabalhos científicos em função de sua importância no estudo da dinâmica dos fluidos em sistemas geofísicos, na engenharia de reservatórios geotérmicos e petrolíferos, e em projetos de isolamento térmico. Diversos trabalhos interessantes envolvendo convecção em camadas horizontais porosas aquecidas na região inferior são citados por Cheng (1978) e discutidos por Bejan (1995).

O presente trabalho tem como um de seus objetivos principais caracterizar diversos padrões de escoamento, identificáveis pelo número de células convectivas, que podem ocorrer em camadas porosas horizontais aquecidas em sua região inferior. Para tanto, foi necessário efetuar simulações numéricas envolvendo um domínio de cálculo bastante extenso, a fim de permitir um elevado grau de liberdade para a formação de diferentes quantidades de células de convecção. Em problemas não lineares, como o estudado neste trabalho, é comum a ocorrência de múltiplas soluções, como as relatadas por Robillard et al. (1988). Os diversos padrões celulares observados no presente trabalho representam várias possibilidades de organização do processo convectivo em camadas horizontais.

2. FORMULAÇÃO

A seguir é apresentada a formulação matemática para as equações de transporte aplicadas à convecção natural em regime permanente para o modelo de Darcy. Portanto, considera-se neste caso que o número de Prandtl poroso (Bejan, 1995) é superior ao número de Rayleigh. A Figura 1 mostra a geometria da camada estudada, seus parâmetros dimensionais e as temperaturas das superfícies inferior (T_1) e superior (T_0), $T_1 > T_0$.

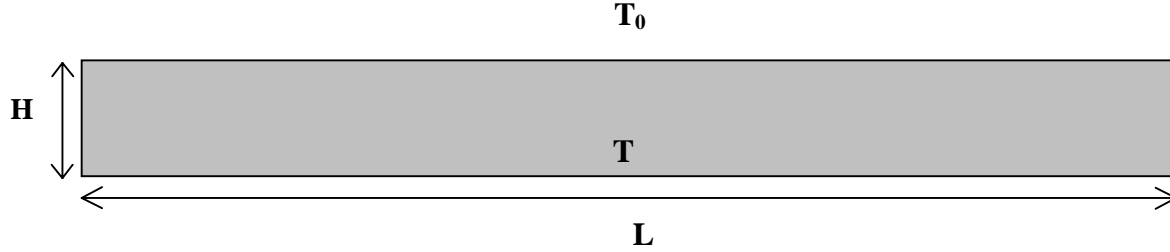


Figura 1. Esquema da camada porosa horizontal.

Na configuração apresentada, H e L são dimensões geométricas; todas as paredes representadas são impermeáveis; as paredes verticais são adiabáticas; todo o domínio é preenchido por um meio poroso saturado.

O fluido é considerado incompressível, com propriedades constantes, e se movimenta em regime permanente através de um meio poroso rígido, homogêneo e isotrópico. A adimensionalização das equações adotou critérios já expostos anteriormente (Lagostera, 1994).

Utilizando a aproximação de Boussinesq para a representação dos efeitos de empuxo térmico, a equação da quantidade de movimento adimensionalizada e expressa em termos da função corrente será:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -Ra_H \frac{L}{H} \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{onde} \quad Ra_H = \frac{Kg\beta\rho_0 H(T_1 - T_0)}{\mu\alpha} \quad (1)$$

Nessa expressão $\theta = (T - T_0)/(T_1 - T_0)$ é a temperatura adimensionalizada, K é a permeabilidade do meio poroso; ρ_0 é a massa específica do fluido à temperatura T_0 ; μ é a viscosidade dinâmica do fluido; α é a difusividade térmica efetiva do meio poroso, e $\psi = \Psi/\alpha$ é a função corrente adimensional. Além da validade da Lei de Darcy foram admitidas as seguintes hipóteses: (a) ausência de geração interna de calor; (b) o efeito viscoso de dissipação é desprezível; (c) o escoamento é bidimensional; (d) equilíbrio térmico em cada ponto do domínio, entre o fluido e a matriz porosa.

A equação da energia, para regime permanente é dada pela Eq. (2).

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (2)$$

As condições de contorno são dadas por $\psi = 0$ em todas as paredes; $\theta = 1$ na parede horizontal inferior; $\theta = 0$ na parede horizontal superior; e $\partial\theta/\partial x = 0$ para as paredes verticais. A condição inicial foi dada, em todos os casos estudados, por distribuições nulas de função corrente e de temperatura. Nessa condição inicial a temperatura da superfície aquecida era igual a T_0 , sendo subitamente elevada ao novo valor T_1 .

3. MÉTODO NUMÉRICO

O método dos volumes finitos descrito por Patankar (1980) foi utilizado para aproximar numericamente as equações diferenciais acopladas que representam o fenômeno físico. As velocidades nas direções horizontal e vertical em cada nó do domínio foram calculadas pela derivadas parciais da função corrente, por meio de expansões em série de Taylor da função corrente na vizinhança desses pontos, considerando inclusive os termos de segunda ordem.

A malha a ser utilizada foi definida por meio de simulações, sendo analisados os valores do tempo de processamento real do programa e os correspondentes valores do número de Nusselt, calculado por $Nu = \int_0^l [\partial\theta/\partial y]_{y=0} dx$, e do mínimo da função corrente ($\Psi_{\text{mín}}$), considerando um critério de parada igual a 10^{-5} . Esse critério é definido com base na variação relativa do número de Nusselt, da temperatura e da função corrente para valores baixos do número de Rayleigh ($Ra_H \leq 100$) e, a partir de então, o critério de parada de 10^{-5} foi referido apenas à variação relativa da temperatura e do número de Nusselt.

Para a geometria $L/H=10$, um total de 25000 volumes, malha 500×50 , demonstrou ser suficiente para produzir bons resultados, uma vez que a partir deste valor a variação nos valores absolutos do número de Nusselt e da função corrente em relação à malha adotada já não é significativa.

Foi realizado um estudo de malha no domínio definido pela camada porosa horizontal considerada nesse trabalho. Para tanto, foram realizados diversos experimentos numéricos com diferentes tamanhos de malha, com a finalidade de obter um tamanho de malha adequado e suficiente para ser aplicado nos experimentos com objetivo de estudar o fenômeno da convecção natural em regime permanente no interior de camadas porosas horizontais. A Figura 2 mostra a variação do número de Nusselt em função da quantidade de pontos da malha no interior do domínio para $Ra_H=100$. Foram consideradas as seguintes malhas na razão $x/y=10$: 200×20 , 250×25 , 300×30 , 350×35 , 400×40 , 450×45 , 500×50 , 550×55 e 600×60 .

Também foi realizado um estudo para verificar somente a influência da variação do número de pontos na malha na direção horizontal nos resultados obtidos para o regime permanente, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1. Estudo adicional da influência do refinamento da malha na direção horizontal nos resultados para $Ra_H=100$.

Malha	Nu_{inf}	$\Psi_{\text{máx.}}$	$\Psi_{\text{mín.}}$
500x50	2,5174	3,903	-3,905
600x50	2,5190	3,963	-3,916
700x50	2,5200	4,015	-3,929
800x50	2,5207	4,041	-3,936
900x50	2,5212	4,054	-3,939
1000x50	2,5216	4,058	-3,940

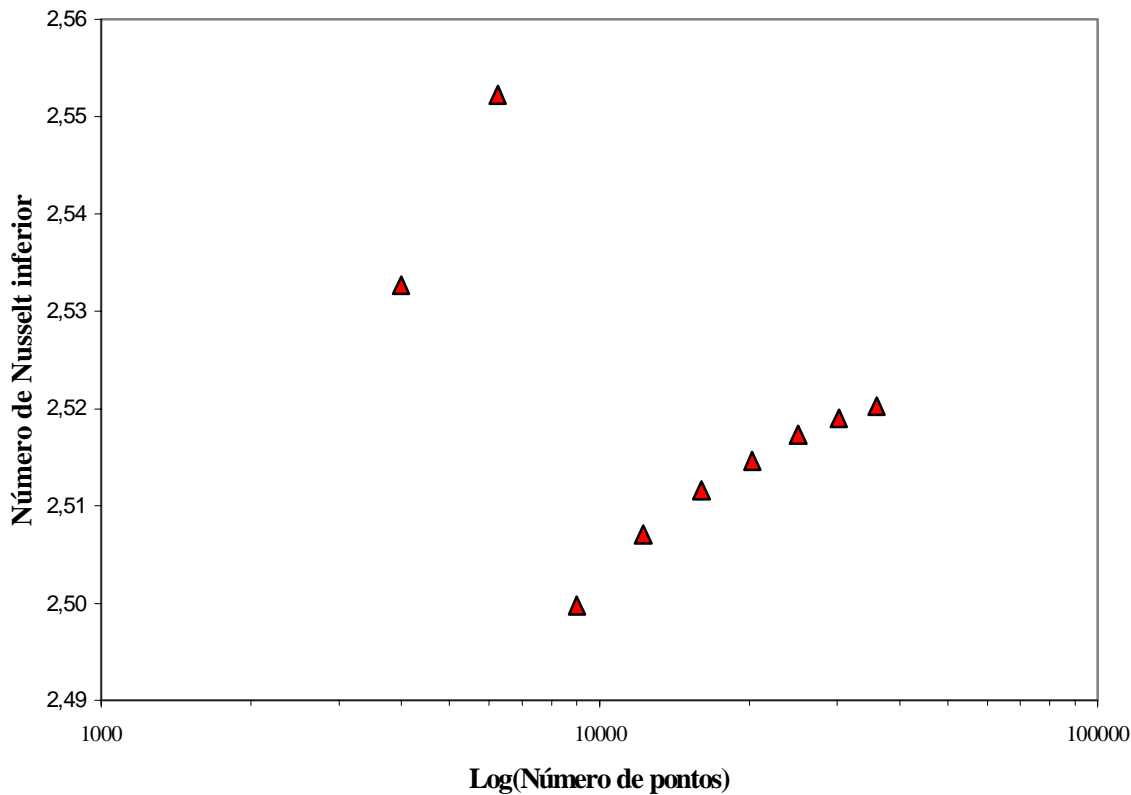


Figura 2. Número de Nusselt global na superfície inferior em função do número de pontos no interior da malha, para $Ra_H=100$.

Ambos os estudos de malha possibilitaram a escolha da malha padrão a ser adotada nos experimentos numéricos posteriores. A análise dos resultados obtidos indicou que a malha 500×50 é bastante adequada e suficiente para produzir bons resultados.

Em todas as simulações efetuadas para obtenção dos resultados apresentados no próximo item foi adotado um critério de parada de 10^{-5} , que incluiu a variação relativa do número de Nusselt e do valor da temperatura, uma vez que nos estudos preliminares realizados a inclusão da função corrente tornava o processo numérico muito demorado, acarretando somente pequenas variações nos resultados.

4. RESULTADOS

A Tabela 2 apresenta os valores obtidos para o número de Nusselt global na superfície inferior aquecida e dos valores máximo e mínimo da função corrente para diversos valores do número de Rayleigh.

Até $Ra_H=50$ não se observa a formação de células convectivas no conjunto da camada. A distribuição de temperatura é linear, característica do processo de condução pura. Esse resultado é coerente com o valor crítico ($Ra_{cr}=4\pi^2$) para o estabelecimento de células de Bénard em meios porosos, determinado com base em análises lineares de estabilidade. Os padrões de escoamento e de distribuição de temperaturas obtidos nessa faixa podem ser observados nos mapas da Figura 6, particularmente a distribuição linear de temperaturas para $Ra_H=10$ e $Ra_H=50$.

Tabela 2. Valores obtidos em regime permanente para diversos valores de Ra_H .

Ra_H	Nu_{inf}	$\Psi_{m\acute{a}x}$	$\Psi_{m\acute{i}n}$	Nº células
10	1,00	2,30E-06	3,43E-05	01
20	1,00	6,02E-05	2,44E-04	03
30	1,00	6,59E-04	1,62E-03	03
40	1,00	5,81E-03	1,12E-02	03
50	1,00	4,72E-02	7,93E-02	05
60	1,735	2,80	2,76	12
70	1,976	3,25	3,29	13
80	2,179	3,65	3,60	14
90	2,357	3,80	3,91	15
100	2,517	3,90	3,90	16
200	3,894	5,40	5,41	23
300	5,087	6,48	6,49	27
400	6,094	7,64	7,64	29
500	6,940	8,53	8,54	31
600	7,695	9,23	9,26	33
700	8,394	9,82	9,85	35
800	8,295	12,38	12,43	29
900	8,195	14,76	14,86	25
1000	9,352	13,50	13,42	32
1100	não convergiu			

A partir de $Ra_H=60$ nota-se um aumento no módulo dos valores obtidos para a função corrente com a elevação do número de Rayleigh. Isso também ocorre com o número de células formadas e com os valores dos número de Nusselt inferior até o valor de Rayleigh igual a 700.

O número de Nusselt inferior e também o mínimo valor obtido para a função corrente estão representados nas Figuras 3 e 4 em função do número de Rayleigh. Nessas figuras é possível verificar mais claramente a mudança de tendência de uma determinada faixa de números de Rayleigh para outra. A Figura 5 mostra a evolução da quantidade de células convectivas formadas em função do número de Rayleigh.

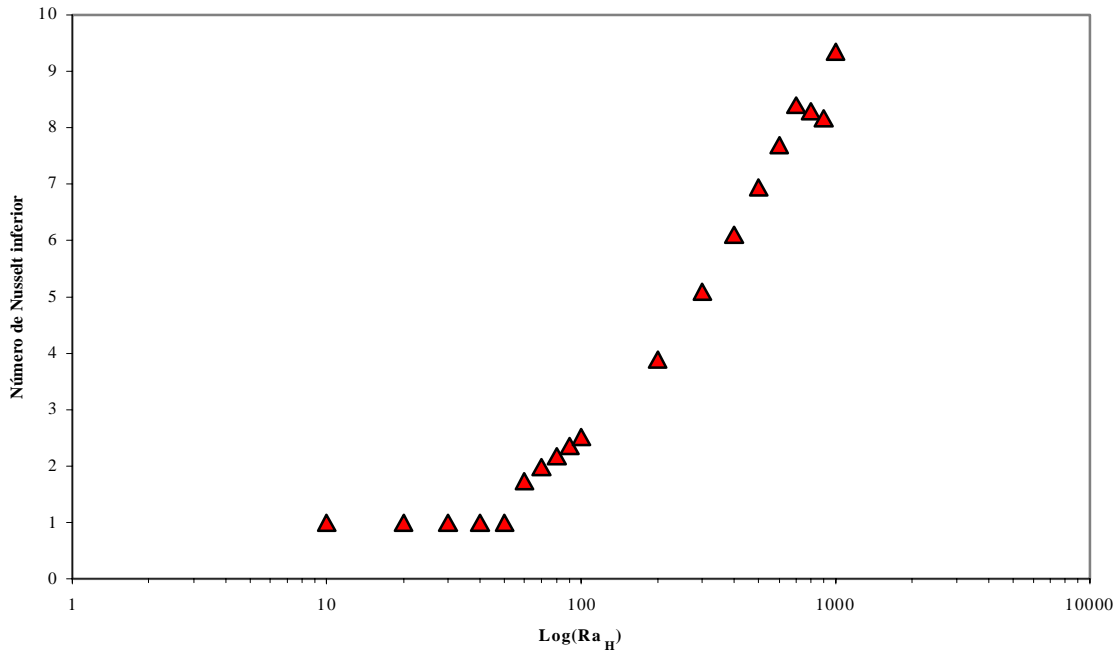


Figura 3. Número de Nusselt inferior em função do Número de Rayleigh.

Também na Figura 5, observa-se que entre $60 \leq Ra_H \leq 100$ constitui-se um certo padrão de escoamento para o fluido, o qual pode ser melhor visualizado nos mapas de função corrente e de distribuição de temperatura para $Ra_H=60$ representados na Figura 6.

Na faixa $200 \leq Ra_H \leq 700$, verifica-se uma elevação maior dos valores da função corrente e dos números de Nusselt em virtude do aumento do número de Rayleigh. Assim como na faixa anterior, o aumento da quantidade de células convectivas formadas também é aproximadamente linear em função do número de Rayleigh, porém apresentando uma derivada ligeiramente maior.

Para os números de Rayleigh 800 e 900, os números de Nusselt diminuem, assim como a quantidade de células convectivas formadas, embora os valores associados ao módulo do máximo e do mínimo da função corrente mantenham-se em crescimento, e numa taxa de crescimento mais elevada do que a apresentada até então. De todos os casos estudados, a simulação com $Ra_H=900$ foi a que apresentou os maiores valores para a intensidade da função corrente, contrariando as expectativas com relação ao caso $Ra_H=1000$.

A simulação realizada para $Ra_H=1100$ não convergiu, mesmo considerando um elevado número de iterações. No entanto, observou-se que os valores obtidos para o número de Nusselt inferior oscilaram entre 8,724 e 9,352 ao longo do processo.

Cada solução com um determinado número de células representa um elemento de um conjunto de soluções com esse número de células, que podem ser obtidas para uma determinada faixa de valores do número de Rayleigh, a partir de condições iniciais adequadas. Os autores estão desenvolvendo estudos sobre essas múltiplas soluções, cada uma delas representada por um determinado número de células convectivas.

Em cavidades com $L/H=1$ é possível obter para uma faixa similar de valores do número de Rayleigh soluções múltiplas, com uma, duas ou três células convectivas (Figueiredo and Llagostera, 1999), correspondendo a células com as dimensões que seriam obtidas para a cavidade estudada no presente trabalho para um número total de células de 10, 20 ou 30, respectivamente.

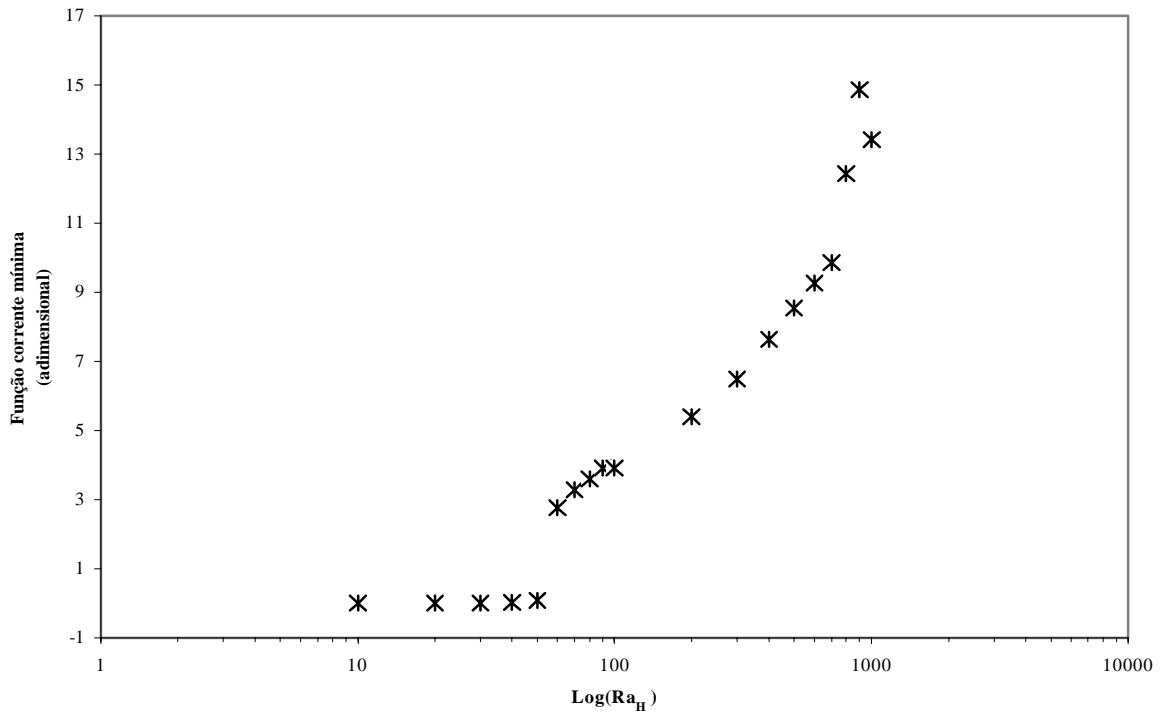


Figura 4. Função corrente mínima (em módulo) em função do número de Rayleigh.

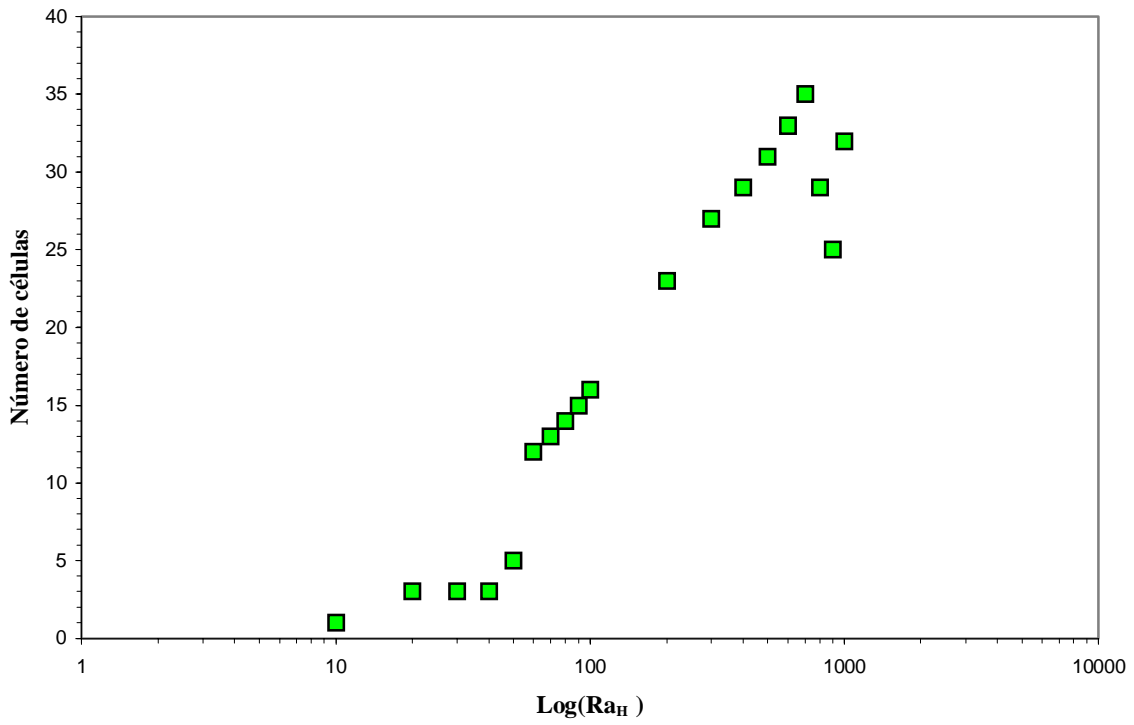


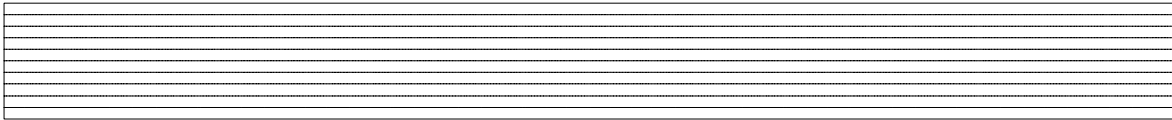
Figura 5. Número de células convectivas em função do número de Rayleigh.

(a) $Ra_H = 10$

ψ



θ

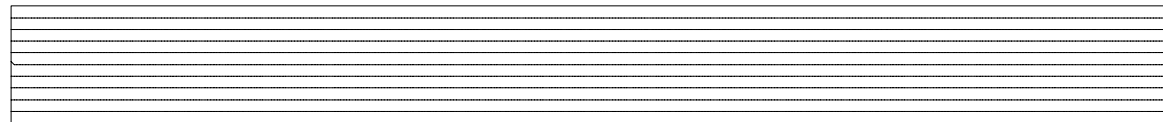


(b) $Ra_H = 50$

ψ

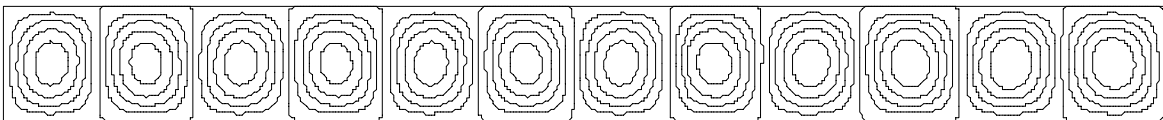


θ



(c) $Ra_H = 60$

ψ



θ

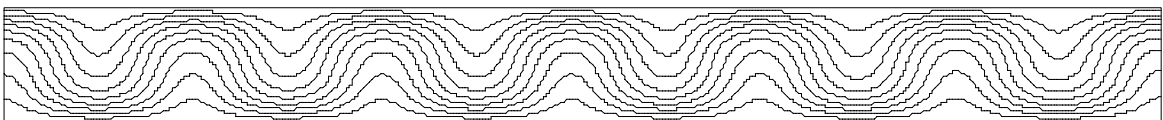
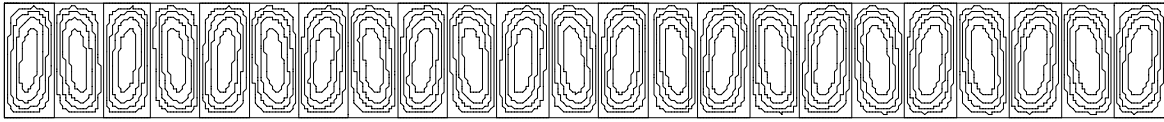


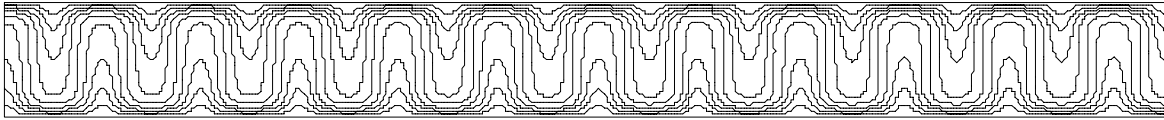
Figura 6. Campos de função corrente (ψ) e de distribuição de temperatura (θ) com $L/H=1$.

(a) $Ra_H = 200$

ψ

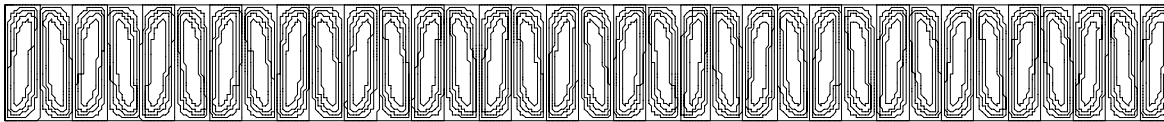


θ

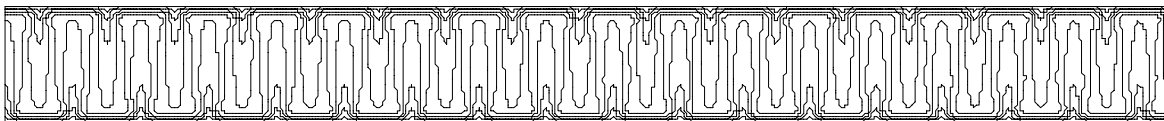


(b) $Ra_H = 700$

ψ

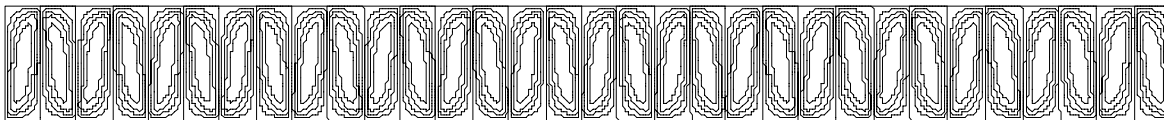


θ



(c) $Ra_H = 1000$

ψ



θ

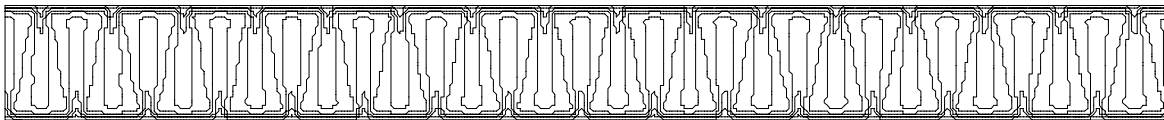


Figura 7. Campos de função corrente (ψ) e de distribuição de temperatura (θ), com $L/H=10$.

5. CONCLUSÃO

Foi possível obter e caracterizar soluções com diversas quantidades de células convectivas, indicando a possibilidade de obtenção de soluções múltiplas a partir de diferentes condições iniciais. A transferência de calor foi quantificada por meio dos valores obtidos para o número de Nusselt global em função do valor do número de Rayleigh modificado. A intensidade da circulação do fluido em cada caso foi quantificada por meio da determinação dos valores máximo e mínimo da função corrente, e do número de células convectivas obtidas. Através de mapas de função corrente e de distribuição de temperatura foi possível visualizar o padrão do escoamento nos diversos casos estudados e suas alterações.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e a utilização dos recursos computacionais do CENAPAD-SP (Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo)

REFERÊNCIAS

- Bejan, A., 1995, Convection Heat Transfer, 2nd ed., John Wiley, New York.
- Cheng, P., 1978, Heat transfer in geothermal systems, Adv. Heat Transfer, vol. 14, 99.1-105.
- Figueiredo, J.R. and Llagostera, J., 1999, Comparative study of the unified finite exponential-type scheme (UNIFAES) and its application to natural convection in a porous cavity, Numerical Heat Transfer Part B: Fundamentals, vol.35, pp.347-367.
- Llagostera, J., 1994, Natural convection in an irregular porous cavity: effects of thermal boundary conditions. In: Heat Transfer 1994, G.F. Hewitt, ed., Proceedings of the 10th International Heat Transfer Conference, Brighton, UK, vol. 7, pp.103-108.
- Nield, D. A. and Bejan, A., 1992, Convection in Porous Media, Springer-Verlag, New York.
- Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, DC.
- Robillard, L., Wang, C.H., and Vasseur, P., 1988, Multiple steady states in a confined porous medium with localized heating from below, Numerical Heat Transfer, vol. 13, pp. 91-110.

NATURAL CONVECTION IN A HORIZONTAL POROUS LAYER

Abstract. *This work reports a numerical simulation on steady-state natural convection occurring in a horizontal porous layer. The bottom wall of the layer is heated while the upper wall is cooled, both at constant temperatures. The problem is examined for several intensities of the buoyancy effects due to temperature gradients. The fluid flow and heat transfer characteristics are studied. Global Nusselt numbers are reported. Aspects of the fluid flow and temperature fields are illustrated by contour maps.*

Keywords: *Natural convection, porous medium, horizontal layer, Darcy model.*